

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.11.022

透水桩与不透水桩组合型复合地基固结解析分析

于春亮, 张爱军, 赵庆玉, 王毓国

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

摘 要: 在深厚软土地基处理中, 联合使用透水与不透水桩, 既可以加速地基固结, 又能较大地提高地基的承载力, 具有广泛的应用价值。基于轴对称固结模型, 并考虑透水桩的体积压缩, 建立了透水与不透水桩组合型复合地基的固结微分方程, 利用边界条件和初始条件, 得到了外部荷载瞬时施加情况下的地基固结解析解, 并将该解与现有解析解进行对比分析, 验证其合理性; 同时, 对桩的扰动效应、井阻效应、压缩模量等影响因素进行了分析, 探讨了该复合地基的固结特性。结果表明: 不考虑透水桩体积变化将高估组合型复合地基的固结速率; 减小透水桩的井阻效应和施工扰动效应, 增大置换率及桩体模量, 将加快组合型复合地基的固结速率, 实际工程中可以从这些方面减少地基的工后沉降。

关 键 词: 组合型复合地基; 体积压缩; 固结; 解析分析; 软土

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)11-3255-07

Analytical analysis for consolidation of composite foundation reinforced by permeable and impermeable piles

YU Chun-liang, ZHANG Ai-jun, ZHAO Qing-yu, WANG Yu-guo

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: The composite foundation with permeable and impermeable piles can promote the consolidation process of soft soil, and enhance the strength of foundation, implying practical applications for the soft ground treatment. Based on the axisymmetric consolidation model, a differential equation governing the consolidation of combined composite foundation subjected to an instant loading is established, considering the volume compression of the permeable pile. The analytical solution is derived for given initial and boundary conditions. Then, the solution is verified through the comparison with the existing solution. The main influencing factors such as disturbance effect, well resistance effect and compression modulus are analyzed to explore the consolidation behavior of composite foundation. The results show that the consolidation rate of the combined composite foundation will be overrated without considering the volume change of the permeable columns. The consolidation rate can be accelerated by reducing the effects of well resistance and the disturbance effect of permeable column or increasing the replacement ratio and the compression modulus, reducing the post-construction settlement in practical applications.

Keywords: combined composite foundation; volume change; consolidation; analytical analysis; soft soil

1 引 言

复合地基按桩体材料特性不同, 分为散体材料桩和黏结材料桩复合地基。碎石桩、砂井等散体材料桩的渗透性远大于桩周土体的渗透性, 可以视为透水桩。而水泥土桩、灰土桩、CFG 桩等黏结材料桩的渗透性很小甚至不透水, 可以视为不透水桩。采用透水桩处理软土地基可以显著加快土体固结,

减小工后沉降, 但桩体强度低, 对地基承载力提高幅度较小。与之相比, 不透水桩桩体强度较高, 可以显著提高地基承载力。因此, 联合使用透水与不透水桩处理软土地基, 形成组合型复合地基, 可以综合两种桩型各自的优点, 应用价值较高。对该类组合型复合地基而言, 固结分析是其研究的重点。

复合地基固结理论研究已经取得了丰硕的成果, Barron^[1]提出了等应变条件下径向轴对称的砂

收稿日期: 2016-12-05

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.51279171)。

This work was supported by the Program of National Natural Science Foundation of China (51279171).

第一作者简介: 于春亮, 男, 1991 年生, 硕士研究生, 主要从事岩土地基处理方面的工作。E-mail: xn_ycl2015@163.com

通讯作者: 张爱军, 男, 1964 年生, 博士, 教授, 主要从事特殊土力学特性、岩土工程数值分析方面的研究工作。E-mail: zaj@nwsuaf.edu.cn

井固结理论, 并进行了解析解的推导; 谢康和等^[2-4]对砂井理论进行了完善和发展, 并且针对高置换率散体材料桩, 将桩-土界面流量相等假定作了改进, 提出了相应的固结模型; Wang 等^[5]舍弃了桩周流量相等的假设, 建立了同时考虑桩体内径向、竖向组合渗流计算模型, 并得到打穿和未打穿软土层两种情况下的解析解; 张爱军等^[6]对散体桩式复合地基的径向和竖向固结以及柔体桩式复合地基、刚体桩式复合地基的固结特性进行了分析探讨, 并开发了相应的计算程序; 杨涛等^[7-8]对不排水桩复合地基的固结问题进行了研究, 发现固结速率随桩-土压缩模量比的增大而增大等等。以上研究成果都是针对单一桩型下复合地基的固结问题, 随着复合地基技术的发展, 多桩型联合使用的组合型复合地基在工程中逐渐得到普及, 其固结特性研究也取得了一定成果。徐超等^[9]通过现场试验研究了长板-短桩联合加固公路软基下的固结特性, 发现塑料排水板可加速地基固结, 短桩的存在与向下刺入有利于上部荷载向固结层传递, 进而有利于桩底部固结层的排水固结, 减小工后沉降; 章定文等^[10-11]和陈蕾等^[12]对排水粉喷桩 (DJM-PVD) 组合型复合地基的固结特性进行了数值和解析分析, 并与实际工程对比, 验证了其计算与理论的适用性; 吴燕开等^[13]提出了预应力管桩联合塑料排水板加固软土地基的加固方法, 通过工程实例分析了加固后的软土地基沉降及孔隙水压力消散规律; 叶观宝等^[14]从理论上分析了水泥搅拌桩和塑料排水板联合加固软土地基的固结特性, 得到了圆形排水墙固结模型的解析解, 通过参数分析得出置换率与桩土模量比越大, 固结速率越快, 加固深度对固结进程的影响不大的结论; 秦康等^[15]、卢萌盟等^[16]研究了砂井联合水泥土桩复合地基的固结特性, 建立了分别以水泥桩和砂井为单元中心的两种固结模型, 求得了多种荷载下的解答, 并验证了该解的精度, 为实际工程提供了理论指导。

以上对组合型复合地基的研究中没有考虑透水桩体积压缩对固结速率的影响, 当透水桩的桩径较小时, 其影响可以忽略; 但当透水桩桩径较大时, 这种影响则不能忽略, 否则, 将高估复合地基的固结速率。本文基于已有的研究成果, 考虑了流入透水桩内的水量与桩顶流出的水量之间的差值引起的透水桩的体积压缩, 建立了以透水桩为单元中心的固结模型。利用分离变量法, 结合边界条件和初始条件, 得到了瞬时加载情况下的解析解。将该解与文献^[16]中 B 模型的解答进行对比, 验证其合理性,

并分析了桩的扰动效应、井阻效应、压缩模量等因素对固结速率的影响, 可为工程建设提供理论参考。

2 固结模型的建立与求解

2.1 模型的建立

透水与不透水桩组合型复合地基的平面布置和计算单元划分见图 1(a)和图 1(b)。为便于求解, 以透水桩为中心, 按面积等效方法, 将边界上不连续的不透水桩及其涂抹区简化为连续的不透水墙, 形成轴对称模型 (本模型中, 转换前、后排水体涌水量相差不大, 不需要对原土体渗透系数进行修正), 如图 2 所示。文献^[14]也进行了如此简化, 结果可以满足工程精度要求。图 2 中, P_0 为外部荷载, H 为复合地基软土层深度, R 为复合地基分析单元的半径, r_c 为透水桩半径, $r_e = \sqrt{R^2 - n_p r_p^2}$, r_p 为不透水桩半径, n_p 为外围不透水桩的数量, 对于梅花型布桩方式, $n_p = 1$ 。

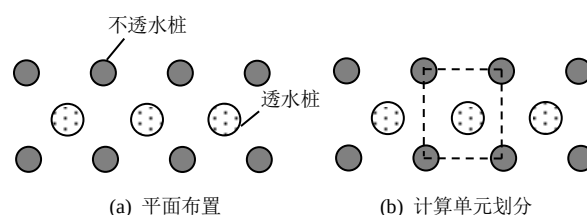


图 1 组合型复合地基示意图
Fig.1 Layout of composite foundation

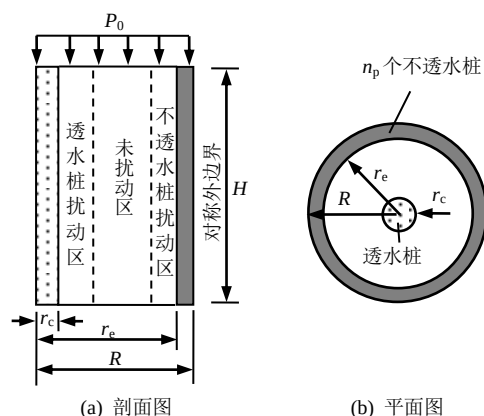


图 2 复合地基固结简化模型
Fig.2 Simplified model for consolidation of composite foundation

本文采用的基本假定如下: (1) 地基中桩与土体遵从等应变假定; (2) 土中水的渗流服从 Darcy 定律; (3) 透水桩内不发生径向渗流, 所以桩体内任一深度处的孔压沿径向不变; (4) 外部荷载瞬时

施加, 并保持不变; (5) 流入透水桩内的水量不等于沿桩顶流出的水量, 两者之差等于透水桩的体变。

由平衡条件, 可得

$$\bar{\sigma}_p A_p + \bar{\sigma}_c A_c + \bar{\sigma}_s A_s = A_n P_0 \quad (1)$$

式中: $\bar{\sigma}_s$ 、 $\bar{\sigma}_c$ 、 $\bar{\sigma}_p$ 分别为土体、透水桩和不透水桩体内的平均总应力; A_n 、 A_p 、 A_c 、 A_s 分别为计算模型单元、不透水桩、透水桩和土体的面积分别为 $A_n = \pi R^2$ 、 $A_p = n_p \pi r_p^2$ 、 $A_c = \pi r_c^2$ 、 $A_s = \pi(r_e^2 - r_c^2)$ 。

由假定 (1), 桩体在影响范围内可以看成侧限 (单向) 压缩, 故在任一深度 z 处有

$$\frac{\bar{\sigma}_c - u_c}{E_c} = \frac{\bar{\sigma}_p}{E_p} = \frac{\bar{\sigma}_s - \bar{u}_s}{E_s} = \varepsilon_z = \varepsilon_v \quad (2)$$

式中: E_s 、 E_c 、 E_p 分别为土体、透水和不透水桩的压缩模量; u_c 为透水桩任一深度的超静孔隙水压力; $\bar{u}_s$ 为土体内任一深度的平均超静孔隙水压力; ε_v 、 ε_z 分别为地基中任一深度的体应变和竖向应变。

由假定 (4), 结合式 (1)、(2), 并对时间 t 求导, 可得

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{E_{\text{com}}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (3)$$

式中: E_{com} 为地基复合模量, $E_{\text{com}} = m_1 E_c + m_2 E_s + m_3 E_p$; $\bar{u}$ 为地基任一深度的平均孔隙水压力, $\bar{u} = m_1 u_c + m_2 \bar{u}_s$, m_1 、 m_2 、 m_3 分别为透水桩、桩间土和不透水桩的面积与计算单元的面积的比值, $m_1 = A_c/A_n$, $m_2 = A_s/A_n$, $m_3 = A_p/A_n$ 。

参考谢康和等^[2]研究, 土体固结方程可统一写为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_r(r)}{\gamma_w} r \frac{\partial u_s}{\partial r} \right] + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial z^2} = -\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (4)$$

式中: u_s 为土体中任一点处的超静孔隙压力; $k_r(r)$ 、 k_v 分别为土体的横向与竖向渗透系数; $k_r(r) = k_h f(r)$, k_h 为土体中未扰动区的横向渗透系数, $f(r)$ 为扰动区横向渗透系数的变化函数; γ_w 为水的重度。

由于该复合地基的透水桩-土界面透水, 而不透水桩-土界面不透水, 故该方程径向边界条件为

$$r = r_c, \quad u_s = u_c; \quad r = r_e, \quad \frac{\partial u_s}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

透水桩体积与水量变化的关系如图 3 所示, 桩顶流出的水量为

$$\Delta Q_c = q_{vc} - \left(q_{vc} + \frac{\partial q_{vc}}{\partial z} dz \right) + q_{hs} = -\frac{k_c}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_c}{\partial z^2} \pi r_c^2 dz dt - 2\pi r_c dz dt \left[\frac{k_r(r)}{\gamma_w} \frac{\partial u_s}{\partial r} \right]_{r=r_c} \quad (6)$$

式中: ΔQ_c 为 dt 时间段内透水桩体流入与流出的水量变化值; q_{vc} 和 q_{hs} 分别为 dt 时间段内竖向渗流量和从桩周土体流入桩体的水量; k_c 为透水桩内的竖向渗透系数。

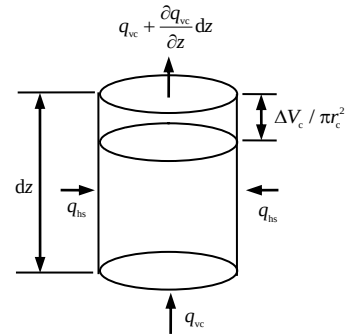


图 3 透水桩体变与渗流的关系
Fig.3 Relationship between volume change and seepage of the permeable column

桩体体积变化 ΔV_c 为

$$\Delta V_c = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \pi r_c^2 dz dt \quad (7)$$

由假定 (5), 并结合式 (6) 和 (7), 可得

$$-\frac{k_c}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_c}{\partial z^2} - \frac{2}{r_c} \left[\frac{k_r(r)}{\gamma_w} \frac{\partial u_s}{\partial r} \right]_{r=r_c} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (8)$$

对式 (4) 积分, 利用边界条件, 并联立式 (8), 可得该组合型复合地基的固结方程为

$$D \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial z^4} - C \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial z^2} - \left(B + \frac{1}{1-m_3} \right) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + A \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$u_c = \frac{1}{1-m_3} \bar{u} + C \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{N_{ec}^2}{E_{\text{com}}} \frac{\gamma_w}{k_c - k_v}, \quad B = \frac{k_v}{m_1 (k_c - k_v)} \\ C &= \frac{r_e^2 \gamma_w F_c [m_2 (k_c - k_v) + m_1 N_{ec}^2 k_v]}{2 k_h E_{\text{com}} (1-m_3) (k_c - k_v)} \\ D &= \frac{r_e^2 F_c k_c k_v}{2 k_h (1-m_3) (k_c - k_v)}, \quad N_{ec} = \frac{r_e}{r_c} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: A 、 B 、 C 、 D 均为常数; F_c 是一个反映地基单元几何特征和桩体施工扰动效应的综合参数, 其

具体表达参见文献[16]。

该复合地基顶部透水，底部不透水，故竖向边界条件为

$$\left. \begin{aligned} z=0, \bar{u}(z,t)=0, \bar{u}_c(z,t)=0 \\ z=H, \frac{\partial \bar{u}(z,t)}{\partial z}=0, \frac{\partial \bar{u}_c(z,t)}{\partial z}=0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由假定(4)，该方程的初始条件为

$$t=0, \bar{u}(z,t)=P_0 \quad (13)$$

2.2 模型的求解

利用分离变量法，设

$$\bar{u}=z(z)T(t) \quad (14)$$

将式(14)代入式(9)，可得

$$T'+\beta T=0 \quad (15)$$

$$Dz^{(4)}-\left(B+\frac{1}{1-m_3}-\beta C\right)z''-A\beta z=0 \quad (16)$$

这里， β 为一大于0的系数。对于固结问题， β 必须大于0。

求解式(15)和式(16)，并利用叠加原理，可得式(14)的通解为

$$\begin{aligned} u_c(z,t)=\sum_{m=1}^{\infty} A_m \left\{ \left(\frac{1}{1-m_3}-C\beta_m+D\lambda_m^2 \right) \cdot \right. \\ \left. \left[a_m \sin(\lambda_m z)+b_m \cos(\lambda_m z) \right] + \right. \\ \left. \left(\frac{1}{1-m_3}-C\beta_m-D\xi_m^2 \right) \cdot \right. \\ \left. \left[c_m \sinh(\xi_m z)+d_m \cosh(\xi_m z) \right] \right\} e^{-\beta_m t} \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \xi_m &= \sqrt{\frac{\left(B+\frac{1}{1-m_3}-\beta_m C \right) + \sqrt{\left(B+\frac{1}{1-m_3}-\beta_m C \right)^2 + 4AD\beta_m}}{2D}} \\ \lambda_m &= \sqrt{\frac{-\left(B+\frac{1}{1-m_3}-\beta_m C \right) + \sqrt{\left(B+\frac{1}{1-m_3}-\beta_m C \right)^2 + 4AD\beta_m}}{2D}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

结合地基竖向边界条件式(12)，可得

$$\bar{u}(z,t)=\sum_{m=1}^{\infty} A'_m \sin\left(\frac{M}{H}z\right) e^{-\beta_m t} \quad (19)$$

式中： A'_m 为待求参数。

其中

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2m-1}{2} \pi, m=1,2,3,\dots \\ \beta_m &= \frac{\frac{r_e^2 F_c k_c k_v}{2k_h(1-m_3)} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \left(\frac{k_v}{m_1} + \frac{k_c - k_v}{1-m_3} \right)}{\frac{N_{ec}^2 \gamma_w}{E_{com}} \left(\frac{H}{M} \right)^2 + \frac{r_e^2 \gamma_w F_c}{2(1-m_3)k_h E_{com}} \left[m_2(k_c - k_v) + m_1 N_{ec}^2 k_v \right]} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

利用初始条件，可得式(19)的最终形式为

$$\bar{u}(z,t)=2P_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) e^{-\beta_m t} \quad (21)$$

同理，可得

$$\begin{aligned} u_c(z,t)=2P_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M} \left(\frac{1}{1-m_3}-C\beta_m+D\frac{M^2}{H^2} \right) \cdot \\ \sin\left(\frac{M}{H}z\right) e^{-\beta_m t} \end{aligned} \quad (22)$$

求得该复合地基平均固结度的解析解为

$$U_p(t)=U_s(t)=1-\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} \quad (23)$$

3 固结性状分析

3.1 解析解的比较

文献[16]中B模型的解析解未考虑透水桩中流入与流出水量的差值，将本文的解与之进行对比，见图4。图中以组合桩复合地基的径向时间因子 T_h 为横坐标，以平均固结度 U 为纵坐标， $T_h=k_h E_{com} t / 4R^2 \gamma_w$ 。参考实际工程，地基深度统一取 $H=10$ m，桩间土的压缩模量 $E_s=5$ MPa，土体竖向渗透系数 $k_v=5 \times 10^{-5}$ m/d。

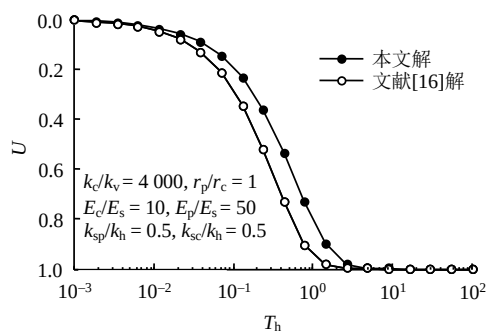


图4 两种解的固结速率比较

Fig.4 Comparison of consolidation rate between two solutions

本文得到的复合地基瞬时加载下的固结度与文献[16]中得到的固结度形式一致,但由于考虑了透水桩的体积压缩,两者 β_m 的具体表达不一样。由图 4 可以看出,本文得到的固结速率比文献[16]中 B 模型的固结速率小,即不考虑透水桩体积变化将高估组合型复合地基的固结速率。这是由于文献[16]中 B 模型没有考虑透水桩的体积压缩,使得整个地基的固结沉降值较小,并且忽略了透水桩自身缓慢的固结压缩过程,造成了对复合地基固结速率的高估。考虑工程实际,本文得到的解析解更合理。

3.2 不透水桩-透水桩桩径比的影响

图 5 给出了透水桩桩径固定情况下,不透水与透水桩的桩径比 r_p/r_c 对复合地基固结速率的影响。由图可以看出,随着不透水与透水桩桩径比的增大,复合地基的固结速率加快,且地基的承载力提高,这与文献[16]中 B 模型的结果一致。实际工程中可以考虑采用增大不透水桩桩径,以加快地基固结,但也应当控制工程投资。

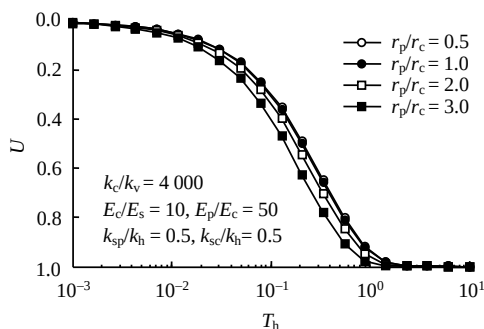


图 5 桩径比对复合地基固结速率的影响

Fig.5 Influence of radius ratio of two columns on consolidation ratio

3.3 井阻效应的影响

图 6 给出了不同的透水桩渗透系数下复合地基的固结速率。由图可以看出,随着透水桩渗透系数的增大(井阻效应的减小),复合地基固结速率加快。这是由于复合地基主要通过透水桩排水固结,透水桩渗透系数的大小几乎代表着复合地基排水能力的大小,随着其渗透系数的增大,桩顶排水速率的加快,复合地基的固结速率也相应加快。

3.4 扰动效应的影响

图 7(a)、7(b)分别为透水桩和不透水桩施工扰动效应对复合地基固结速率的影响。由图可以看出,随着透水桩施工扰动效应的增大,即扰动区土体横向渗透系数 k_{sc} 减小,地基固结速率减慢;而随着不

透水桩施工扰动效应增大(扰动区横向渗透系数 k_{sp} 减小),地基固结速率几乎没有变化。这是由于复合地基中土体的横向渗流经过透水桩扰动区进入透水桩,施工扰动效应越大,对横向渗流的阻碍越大,地基固结速率也就变慢。对于不透水桩扰动区,由于横向渗流不经过其扰动区进入不透水桩排出,故其对地基固结速率的影响较小,当其影响区域较小时,也可以忽略不透水桩施工扰动的影响。

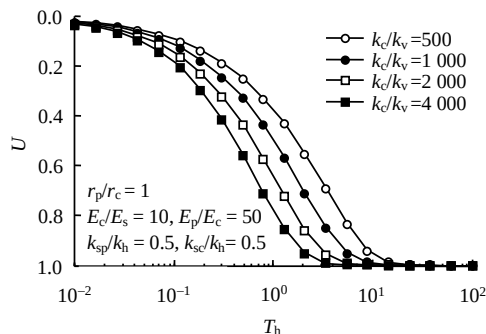
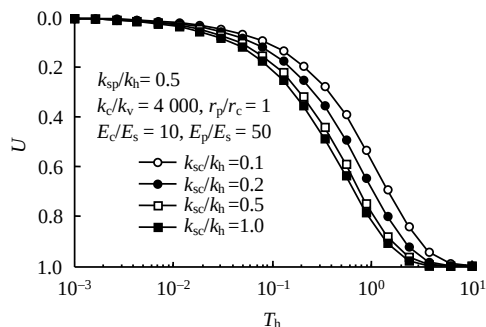
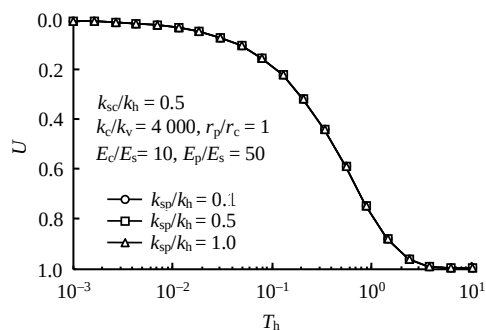


图 6 井阻效应对复合地基固结速率的影响

Fig.6 Influence of well resistance on consolidation ratio



(a) 透水桩



(b) 不透水桩

图 7 扰动效应对复合地基固结速率的影响

Fig.7 Influence of disturbance on consolidation ratio

3.5 桩-土模量比的影响

图 8(a)、8(b)分别给出了透水和不透水桩不同桩-土模量比对复合地基的固结速率的影响。

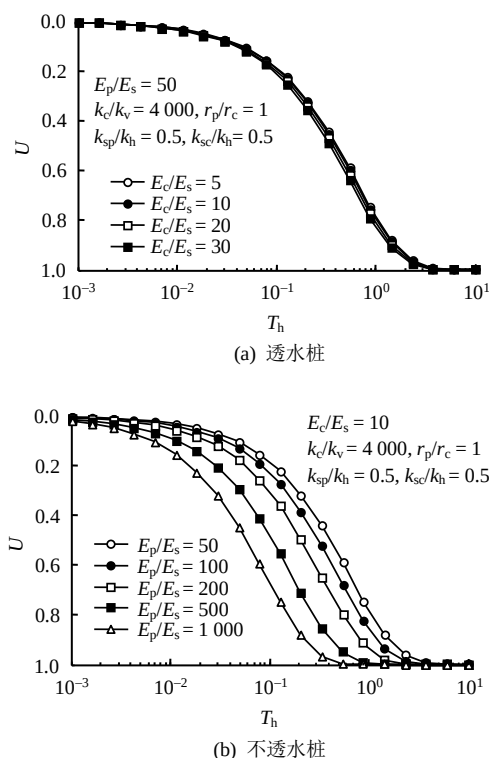


图 8 桩-土模量比对复合地基固结速率的影响
Fig.8 Influence of pile-soil compression modulus on consolidation ratio

由图 8 可见,随着透水桩桩-土模量比以及不透水桩桩-土模量比的增大,地基固结速率均加快。但相比于不透水桩,透水桩桩-土模量比对复合地基固结速率的影响要小得多,这是由于不透水桩的模量较透水桩大得多,在地基的复合模量中占比较大,故其对固结速率影响更加显著。因此,增大不透水桩的模量,既可以加快地基固结,同时也提高了地基承载力,是处理地基承载力不足和加快固结的有效方法。

4 结 论

(1) 基于轴对称固结模型,建立了考虑桩体体积压缩的控制方程,并利用求解条件,求得了瞬时加载情况下透水与不透水桩组合型复合地基的固结解析解。

(2) 通过与文献[16]中 B 模型的解析解进行对比发现,本文求解得到的固结速率较小,说明不考虑透水桩体积变化将高估组合型复合地基的固结速率。

(3) 对影响地基固结的主要因素分析发现,固结速率受透水桩施工扰动效应的影响程度较不透水桩大,而不透水桩的压缩模量对固结速率的影响程度比透水桩大。

(4) 减小桩体施工扰动效应和透水桩的井阻效应、增大桩体置换率、提高桩体压缩模量可以加快

地基固结,减小工后沉降。

参 考 文 献

- [1] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. **Trans ASCE**, 1948, 113: 718—742.
- [2] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. **岩土工程学报**, 1989, 11(2): 3—17.
XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 11(2): 3—17.
- [3] XIE K H, LU M M, HU A F, et al. A general theoretical solution for the consolidation of a composite foundation[J]. **Computers and Geotechnics**, 2009, 36(1—2): 24—30.
- [4] XIE K H, LU M M, LIU G B. Equal strain consolidation for stone-column reinforced foundation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2009, 33: 1721—1735.
- [5] WANG X S, JIAO J J. Analysis of soil consolidation by vertical drains with double porosity model[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2004, 28: 1385—1400.
- [6] 张爱军, 谢定义. 复合地基三维数值分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
ZHANG Ai-jun, XIE Ding-yi. Three-dimensional numerical analysis of composite foundation[M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [7] 杨涛, 杨欢, 阮一舟, 等. 变荷载下不排水桩复合地基桩间土和下卧层土固结分析[J]. **岩土力学**, 2016, 37(2): 323—330.
YANG Tao, YANG Huan, RUAN Yi-zhou, et al. Consolidation analysis of surrounding and underlying soils in a composite ground with impervious pile under variable loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(2): 323—330.
- [8] 杨涛, 李国维. 路堤荷载下不排水端承桩复合地基固结分析[J]. **岩土工程学报**, 2007, 29(12): 1831—1836.
YANG Tao, LI Guo-wei. Consolidation analysis of composite ground with undrained penetrating piles under embankment load[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(12): 1831—1836.
- [9] 徐超, 姜竹生, 周启兆, 等. 路堤荷载下长板-短桩工法复合地基[J]. **同济大学学报(自然科学版)**, 2006, 34(12): 1597—1601, 1611.
XU Chao, JIANG Zhu-sheng, ZHOU Qi-zhao, et al. Cement mixing pile composite foundation combined with prefabricated vertical drain preloading under embankment[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2006, 34(12): 1597—1601, 1611.